

# 非正交轴系全站仪坐标测量系统 误差分析技术研究

吴 斌<sup>1</sup>, 丁 文<sup>1</sup>, 杨峰亭<sup>1</sup>, 薛 婷<sup>2</sup>

(1. 天津大学 精密测试技术与仪器国家重点实验室, 天津 300072;

2. 天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

**摘要:** 基于非正交轴系全站仪坐标测量系统的结构特点和测量模型,用数学分析的手段对其进行误差分析和测量不确定度评定。确定系统的主要误差分量是转台旋转角误差和激光跟踪仪测距值误差,并用 GUM 法评定各分量的不确定度。通过测量模型推导出系统的测量不确定度,并用 MATLAB 进行仿真,结果表明:当测距值不变时,测量不确定度几乎不受水平角变化的影响,而随着垂直角绝对值的增大而增大,当角度值不变时,测量不确定度随着被测点到视准轴上标定点的距离值增大而增大。实验初步验证了仿真结果的准确性。

**关键词:** 计量学; 大尺寸测量; 全站仪; 非正交轴系; 坐标测量系统; 误差分析; 测量不确定度

中图分类号: TB92

文献标识码: A

文章编号: 1000-1158(2017)06-0661-06

## The Error Analysis of the Non-orthogonal Total Station Coordinate Measurement System

WU Bin<sup>1</sup>, DING Wen<sup>1</sup>, YANG Feng-ting<sup>1</sup>, XUE Ting<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** According to the Non-orthogonal total station system principle, the main sources of the system measurement error are the rotation angle errors of rotary tables and the distance measurement error of the laser range finder. Using GUM algorithm, the uncertainties of these two sources are estimated and the system measurement uncertainty is evaluated. The result is validated by the simulation on MATLAB and the experiment conducted in the laboratory. The results show that when the distance is constant, the measurement uncertainty is almost independent of the horizontal angle, and increases with the absolute value of the vertical angle. When the angle value is constant, the measurement uncertainty increases with the distance from the measured point and the calibration point on the collimated axis. The accuracy of the simulation results is preliminarily verified by experiments.

**Key words:** metrology; large-scale metrology; total station; non-orthogonal; coordinate measuring system; error analysis; measurement uncertainty

## 1 引 言

目前,大尺寸目标的三维坐标和尺寸测量仍然以电子经纬仪、激光跟踪仪、全站仪等传统测量仪器设备为主要手段<sup>[1~4]</sup>。在这些测量设备的测量单元

中均存在水平轴、垂直轴和视准轴(测量轴)这3个旋转轴构成的严格正交轴系。对此类仪器而言,三轴正交是其实现精确测量的先决条件,但正交性结构要求也直接导致了此类仪器在设计、制造、装配和维护方面具有较高的成本。

为了更好地适应大型物体坐标和尺寸测量的需

要,本文针对非正交轴系坐标测量系统及相关技术进行了研究。非正交轴系坐标测量系统的核心组件是非正交轴系测量单元,该测量单元也存在 3 个旋转轴,但三轴没有正交性要求。针对不同的应用需求和精度要求,基于不同的测量原理和组成形式,构建了非正交轴系经纬仪坐标测量系统<sup>[5-7]</sup>和非正交轴系全站仪坐标测量系统。基于极(球)坐标测量原理的非正交轴系全站仪坐标测量系统(下文简称非正交轴系全站仪系统)是针对低成本和精度要求的大空间尺寸测量需求而设计的,仅需单个非正交轴系测量单元即可完成三维坐标测量任务,适合精度要求不高、大空间、快速的坐标测量应用场合。

非正交轴系全站仪系统的结构和测量模型不同于传统的测量系统,对该类测量系统的误差分析也鲜见报道。本文旨在通过数学分析的手段,对非正交轴系全站仪系统进行定量的误差分析和测量不确定度评定,为后续的测量单元结构优化,测量系统模型、标定和组网优化,以及测量结果误差补偿等研究提供思路 and 理论依据。

## 2 非正交轴系全站仪系统的原理

### 2.1 系统的结构

非正交轴系测量单元是构建非正交轴系全站仪系统的基础,由两个独立的一维电控旋转台与一台激光测距仪组成。装配时两个旋转中心轴线(水平轴和垂直轴)以及激光测距仪的光束(视准轴)不存在正交性要求,其抽象结构如图 1 所示。测量单元工作时,垂直轴静止,水平轴与视准轴能够围绕垂直轴进行水平旋转,同时视准轴能够围绕水平轴进行垂直旋转,从而指向测量空间中的任意一点进行测量。

视准轴的空间位姿是构建系统测量模型的关键,为实现视准轴的动态空间位姿描述,需先建立测量单元垂直轴和水平轴的动态空间位姿描述。对于每一条轴线的空间位姿,采用轴线上一点和轴线的单位方向向量进行描述。测量单元装配完成后,各轴的初始空间位姿参数被称为测量单元的结构参数,可在实验室利用高精度设备进行标定。对于一个测量单元,需要标定 3 个空间点  $P$ 、 $C$ 、 $O$  和 3 个单位方向向量  $L$ 、 $H$ 、 $V$ ,共包含 18 个结构参数,如图 2 所示。

非正交轴系全站仪系统的结构图如图 3 所示。系统主机通过转台控制箱控制测量单元的转台转

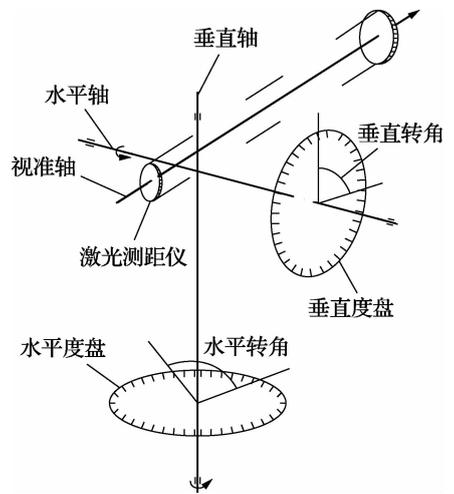


图 1 非正交轴系测量单元的抽象结构示意图

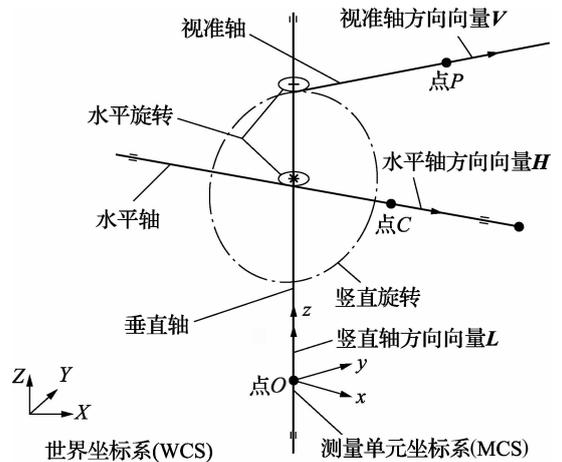


图 2 非正交轴系测量单元结构参数示意图

动,由主机上的蓝牙通讯程序来控制测量单元的激光测距仪开关与测距。

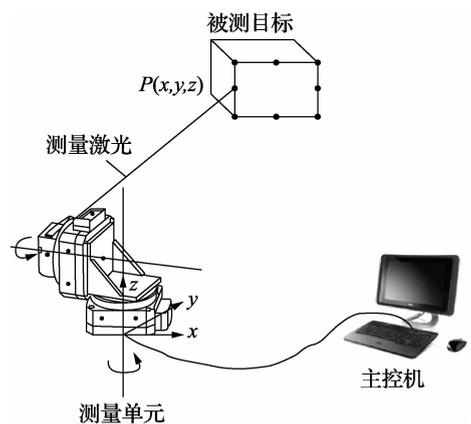


图 3 非正交轴系全站仪系统结构图

### 2.2 非正交轴系全站仪系统的测量模型

基于非正交轴系测量单元的运动模型可以建立

非正交轴系全站仪系统的测量模型。

非正交轴系测量单元的运动模型描述的是给定测量单元结构参数及水平、垂直旋转角后,可以输出其视准轴的空间位姿。首先考虑测量单元水平旋转,假设水平轴与视准轴围绕垂直轴旋转 $\theta$ 角(由于各部件固连,水平轴与视准轴的水平旋转角必然相同),设水平轴初始单位方向向量为 $H_0$ ,其上选定的点 $C$ 的初始坐标为 $C_0$ ,则在水平旋转过程中水平轴的动态单位方向向量 $H_d$ 与点 $C$ 的动态坐标 $C_d$ 分别为:

$$H_d = R_h H_0 \quad (1)$$

$$C_d = R_h C_0 \quad (2)$$

式中: $R_h = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 为水平转台绕垂直轴转动的变换矩阵。

视准轴在仅进行水平旋转时的位姿也可以用 $R_h$ 表述:

$$V_{d,h} = R_h V_0 \quad (3)$$

$$P_{d,h} = R_h P_0 \quad (4)$$

式中: $V_{d,h}$ 和 $P_{d,h}$ 分别表示仅考虑水平旋转时的视准轴动态单位方向向量与轴上定点的动态坐标。

继而考虑垂直旋转(俯仰旋转),令 $V_d$ 和 $P_d$ 分别表示同时考虑水平、俯仰旋转时的视准轴动态单位方向向量和点 $P$ 的动态坐标,则有:

$$V_d = [q \circ [V_{d,h}]_q \circ \bar{q}]_q^{-1} \quad (5)$$

$$P_d = [q \circ [P_{d,h} - C_d]_q \circ \bar{q} + [C_d]_q]_q^{-1} \quad (6)$$

式中: $q = \cos(\varphi/2) + H_d \sin(\varphi/2)$ 表述视准轴绕水平轴旋转的四元数<sup>[8,9]</sup>, $\varphi$ 是垂直旋转角; $\circ$ 表示四元数乘法; $[\cdot]_q$ 表示将空间矢量转换为纯四元数的运算; $[\cdot]_q^{-1}$ 表示将四元数转换为空间矢量的运算。

利用非正交轴系测量单元的运动学模型得到 $V_d$ 和 $P_d$ ,当激光测距仪光束指向目标点后,只需获取目标点的测距值,即可解算空间目标点的坐标。设目标点 $G$ 的测距值为 $L$ ,则目标点 $G$ 的坐标为:

$$G(x,y,z) = P_d + (L - L_0) \cdot V_d \quad (7)$$

式中: $L_0$ 是系统标定时视准轴上固定点的测距值。

由此公式(5)~(7)构成了非正交轴系全站仪系统的测量模型。

### 3 非正交轴系全站仪系统的误差分析

#### 3.1 误差分量分析

由于测量单元三轴具有非正交性,无需考虑其

装配误差,人为及环境因素造成的粗大误差,按照粗大误差进行剔除、余下的误差量较小且具有随机性,不作为研究的重点<sup>[10]</sup>,因此在对非正交轴系全站仪系统进行误差分析时,主要考虑测量单元转台的转角误差和激光测距仪的测距误差。

##### 3.1.1 转台的转角误差

测量单元采用的是卓立汉光 RAK100 精密旋转台,该转台分辨率为 $0.00125^\circ$ ,重复定位精度为 $0.005^\circ$ 。本文采用常用的多面棱体和光电自准直仪对转台的旋转精度进行检定<sup>[11]</sup>,结果显示转角误差呈现随机分布,角度值的标准不确定度为 $0.055^\circ$ 。

##### 3.1.2 激光测距仪的测距误差

测量单元中采用了 Leica DISTO A6 激光测距仪,用 GUM B 类评定法<sup>[12]</sup>评定测距值的不确定度。由仪器参数确定区间半宽度 $a = 1.5 \text{ mm}$ ,按均匀分布进行处理,取置信因子 $k = \sqrt{3}$ ,则测距值的标准不确定度 $u_d = a/k = 0.866 \text{ mm}$ 。

#### 3.2 非正交轴系全站仪系统的测量不确定度

根据测量模型可知,系统参数 $L_0$ 可认作常数, $V_d$ 和 $P_d$ 随旋转角 $\theta$ 和 $\varphi$ 而变化。因此可以将水平角 $\theta$ 、竖直角 $\varphi$ 和被测点测距值 $L$ 作为输入量进行不确定度合成。3个输入量由3个独立的设备给出且互不相关,则系统的测量不确定度 $u_c$ 为:

$$u_c = (J_C e_C)^T (J_C e_C) \quad (8)$$

式中: $J_C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_x}{\partial \theta} & \frac{\partial g_x}{\partial \varphi} & \frac{\partial g_x}{\partial L} \\ \frac{\partial g_y}{\partial \theta} & \frac{\partial g_y}{\partial \varphi} & \frac{\partial g_y}{\partial L} \\ \frac{\partial g_z}{\partial \theta} & \frac{\partial g_z}{\partial \varphi} & \frac{\partial g_z}{\partial L} \end{bmatrix}$ ,是测量函数对3个输

入量求偏导所得到的雅克比矩阵; $e_C = [u_\theta \quad u_\varphi \quad u_L]^T$ ,是3个输入量自身的不确定度。

用激光跟踪仪标定系统参数,其值如表1所示。

表1 非正交轴系全站仪坐标测量系统参数

参数项	参数值/mm
垂直轴参数	方向向量(0.00, 0.00, 1.00) 选定点(0.00, 0.00, 0.00)
水平轴参数	方向向量(0.81, 0.58, -0.00) 选定点(-95.05, -74.80, -101.50)
视准轴参数	方向向量(-0.57, 0.84, 0.06) 选定点(-4 091.32, 5 575.76, 327.22)
视准轴选定点 测距值	6982

将表1中的数据代入式(8),采用 MATLAB 进行仿真。可以得到非正交轴系全站仪系统在不同测距值情况下的点位测量不确定度。

图4分别展示了当目标点距离系统3 m、5 m、7 m、9 m和11 m时测量不确定度( $k=1$ )的分布情况。

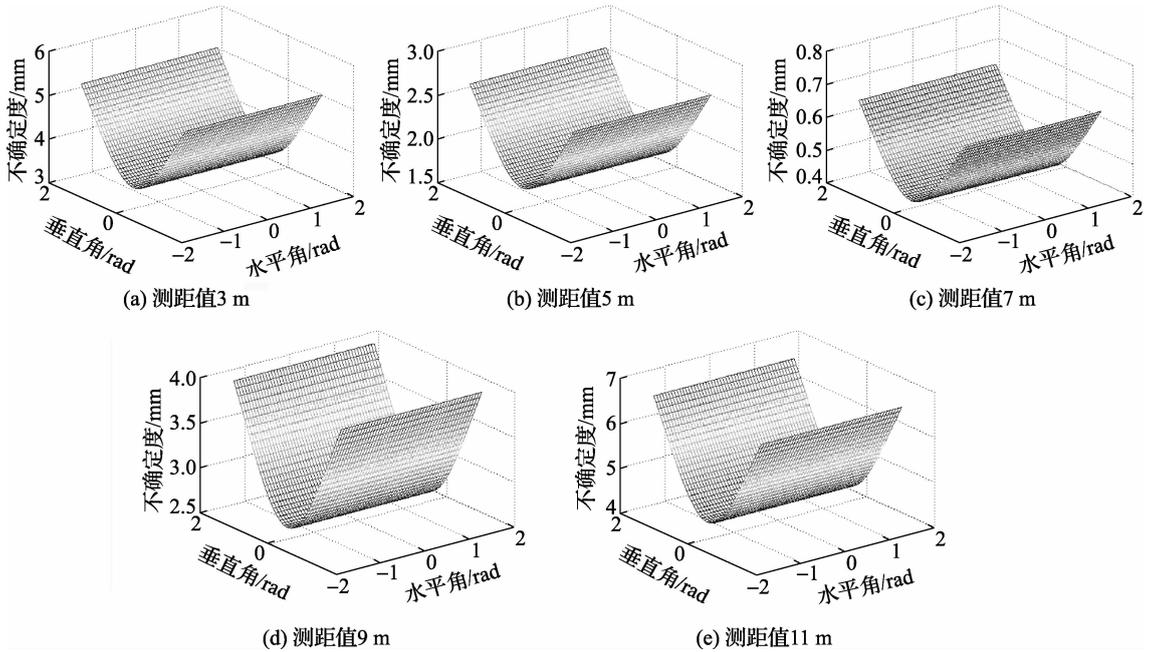


图4 目标点测距值不同时的测量不确定度分布

从图4可以发现,在目标点与系统的距离不变时,水平角的变化几乎不影响测量不确定度,而测量不确定度随着垂直角的绝对值的增大而增大,归零位(垂直角 $\varphi=0$ 且水平角 $\theta=0$ )时测量不确定度最小。当测距值3 m时测量不确定度变化范围约为3~5 mm,测距值5 m时测量不确定度变化范围约为1.5~2.5 mm,测距值7 m时测量不确定度变化范围约为0.4~0.65 mm,测距值9 m时测量不确定度变化范围约为2.5~4 mm,测距值11 m时测量不确定度变化范围约为4~6.5 mm。在水平和垂直角不变时,测量不确定度随着 $|L-L_0|$ 的增大而增大。

#### 4 测量不确定度的实验验证

使用非正交轴系全站仪系统的样机,在室内进行了实验验证,实验场景如图5所示。

使用激光跟踪仪对系统进行参数标定,其标定结果见表2。

将测量单元固定于光学平台上,在一个可移动的白板上粘贴若干纸质靶标。实验过程中,移动白板令测量单元与激光跟踪仪同时测量板上的同一靶标点,并记录测量单元的角度值、测距值以及激光跟



图5 非正交轴系全站仪系统实验场景

表2 现场标定的非正交轴系全站仪系统参数

参数项	参数值/mm
竖直轴参数	方向向量(0.00, 0.00, 1.00)
	选定点(0.00, 0.00, 0.00)
水平轴参数	方向向量(0.81, 0.58, -0.00)
	选定点(-95.05, -74.80, -101.50)
视准轴参数	方向向量(-0.58, 0.81, 0.06)
	选定点(-4090.50, 5573.41, 322.85)
视准轴选定点测距值	6984

踪仪的坐标示值。所用的 Leica AT901 激光跟踪仪坐标测量精度为  $15 \mu\text{m} + 5 \mu\text{m}/\text{m}^{[13]}$ , 远高于非正交轴系全站仪系统的测量精度, 因而将激光跟踪仪测量值作为“真值”。由测量单元的角度值与测距值可以计算被测点坐标值, 解算的坐标值统一到激光跟踪仪坐标系下。用测量单元多次测量同一个点, 由多个测量值与“真值”的实验标准偏差评定非

正交轴系全站仪系统在该点处的测量不确定度 ( $k=1$ )。

实验共测量 18 个空间点, 每个点测量 10 次并取测量均值, 结果如表 3 所示。

将测得的角度值与测距值代入式(8), 求出测量不确定度理论值, 与实验求得的测量不确定度进行比较, 其结果见表 4。

表 3 非正交轴系全站仪系统测量不确定度验证实验结果

序号	$\theta/(\circ)$	$\varphi/(\circ)$	$L/\text{mm}$	全站仪系统测量值/mm	激光跟踪仪“真值”/mm	不确定度/mm
1	-1.33	-1.01	9833	[-5921.8, 7767.9, 329.7]	[-5922.4, 7767.3, 330.6]	2.2
2	-1.78	-2.37	9818	[-5978.2, 7715.1, 97.3]	[-5978.9, 7715.9, 98.4]	1.5
3	-0.31	-2.82	9832	[-5787.3, 7878.3, 20.82]	[-5787.4, 7877.4, 22.2]	1.6
4	3.10	0.59	9926	[-5345.0, 8267.3, 609.1]	[-5347.4, 8266.5, 610.0]	2.7
5	3.10	-1.08	9942	[-5362.5, 8294.7, 322.4]	[-5362.8, 8294.3, 322.7]	1.6
6	-0.24	-0.53	10300	[-6039.6, 8252.1, 435.7]	[-6039.5, 8251.2, 435.5]	2.9
7	-1.57	0.80	10466	[-6320.1, 8230.8, 685.6]	[-6320.4, 8230.1, 686.5]	2.2
8	-2.90	0.14	10633	[-6616.0, 8217.0, 576.4]	[-6616.1, 8217.4, 576.8]	3.6
9	-8.22	-2.52	8443	[-5859.1, 5999.7, 47.9]	[-5860.2, 6000.0, 48.9]	1.6
10	-14.33	-0.15	8098	[-6191.6, 5110.5, 374.5]	[-6193.5, 5110.4, 374.7]	1.9
11	-17.97	0.51	7986	[-6327.2, 4748.0, 459.1]	[-6327.5, 4747.4, 460.0]	1.1
12	9.34	0.51	8128	[-3629.4, 7187.9, 469.1]	[-3631.2, 7189.2, 469.9]	2.4
13	5.83	-3.00	8304	[-4159.4, 7122.4, -23.7]	[-4160.3, 7122.6, -22.9]	1.3
14	3.16	-2.00	8495	[-4586.8, 7080.4, 125.4]	[-4587.2, 7079.6, 124.6]	1.2
15	8.80	-0.89	9181	[-4172.0, 8104.8, 320.3]	[-4174.8, 8105.3, 320.1]	2.9
16	-17.32	-1.02	9849	[-7845.3, 5845.8, 328.7]	[-7844.9, 5844.1, 328.8]	1.7
17	-13.63	-1.01	9527	[-7210.2, 6127.3, 316.3]	[-7210.7, 6127.1, 316.2]	1.6
18	-9.64	0.10	9397	[-6667.6, 6515.5, 491.5]	[-6668.4, 6514.9, 491.8]	1.1

表 4 点位测量不确定度理论值与测量值比较结果

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
测量值	2.2	1.5	1.6	2.7	1.6	2.9	2.2	3.6	1.6
理论值	3.1	3.1	3.1	3.2	3.2	3.5	3.6	3.8	1.9
序号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
测量值	1.9	1.1	2.4	1.3	1.2	2.9	1.7	1.6	1.1
理论值	1.5	1.4	1.5	1.8	2.0	2.6	3.1	2.8	2.7

从表 4 可以看到, 除了第 10、15 点的实验测量值大于理论值外, 其他测量点测量不确定度的测量

值均小于理论值, 且二者在数值上相差不大, 这在一定程度上验证了测量不确定度评定结果的准确性。

## 5 结 论

本文从非正交轴系全站仪系统的结构特点和测量模型入手,结合误差和不确定度相关理论,确定了系统的主要误差项——转台转角误差和激光跟踪仪测距值误差,采用多面棱体和光电自准直仪对转台的角度误差进行了检定,采用 GUM 法 B 类评定法评定了测距值的不确定度,并通过测量模型推导出系统的点位测量不确定度,最后利用系统样机对测量不确定度理论结果进行了实验验证,从而得出以下结论:

(1)转台旋转角的标准不确定度为  $0.055^\circ$ ,激光测距仪测距值的标准不确定度为  $0.866\text{ mm}$ ;

(2)在激光测距仪的测距值不变时,水平角的变化几乎不影响系统的测量不确定度,而测量不确定度随着垂直角的绝对值的增大而增大。归零位(垂直角  $\varphi = 0$  且水平角  $\theta = 0$ )时测量不确定度最小。在水平和垂直角不变时,系统的测量不确定度随着  $|L - L_0|$  的增大而增大;

(3)测量不确定度验证实验的结果显示,大部分测量点的不确定度测得值都小于仿真理论值,且在数值上相差较小,从而可以初步验证仿真结果的准确性。

### [ 参 考 文 献 ]

- [1] Franceschini F, Galetto M, Maisano D, *et al.* Large-scale dimensional metrology (LSDM): from tapes and theodolites to multi-sensor systems [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2014, 15(8):1739 - 1758.
- [2] 叶声华, 郝继贵, 张滋黎, 等. 大空间坐标尺寸测量研究的现状与发展[J]. 计量学报, 2008, 29(z1): 1 - 6.
- [3] 李洋, 马骊群, 曹铁泽, 等. 基于多便携式坐标测量设备的统一空间测量网络[J]. 计量学报, 2014, 35(z1):54 - 58.
- [4] 唐七星, 余晓芬, 王标. 超大尺寸激光测距大型测控网络研制[J]. 计量学报, 2016, 37(4): 360 - 365.
- [5] 吴斌, 杨松. 非正交轴系激光经纬仪测量技术研究[J]. 激光技术, 2015, 39(5):603 - 609.
- [6] 吴斌, 谢胜文. 非正交轴系“激光经纬仪”视准轴校正方法[J]. 光电子·激光, 2015, (9):1700 - 1706.
- [7] Wu B, Yang F, Ding W, *et al.* A novel calibration method for non-orthogonal shaft laser theodolite measurement system[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2016, 87(3):351 - 356.
- [8] 吕炯兴. 四元数演算与刚体定位问题[J]. 南京航空航天大学学报, 1978, (4):159 - 172.
- [9] 刘俊峰. 三维转动的四元数表述[J]. 大学物理, 2004, 23(4):39 - 43.
- [10] 费业泰. 误差理论与数据处理[M]. 北京:机械工业出版社, 2015.
- [11] 郭敬滨, 曹红艳, 王克新, 等. 转台分度误差的检定及补偿模型的建立[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2014, 47(6):524 - 529.
- [12] JJF1059.1 - 2012 测量不确定度评定与表示[S].
- [13] 杨凡, 范百兴, 李广云, 等. 激光跟踪仪动态测量精度测试[J]. 计量学报, 2014, 35(z1):119 - 122.